

HÀM SỐ NHIỀU BIẾN XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ SO SÁNH

TS. Nguyễn Trần Quế

Trong nghiên cứu kinh tế, một bài toán thường gặp là sắp xếp các cá thể (có thể là quốc gia, địa phương hoặc là doanh nghiệp) theo một trật tự (tăng dần hoặc giảm dần) về chất lượng của một lĩnh vực nghiên cứu nào đó. Chẳng hạn, các tổ chức thuộc Liên Hợp Quốc thường sắp xếp vị trí thứ tự các quốc gia về lĩnh vực phát triển người, về nhân quyền, về mức độ mở cửa, về môi trường kinh doanh, về cơ sở hạ tầng, về tham nhũng, về mức độ tự do hoá thương mại ...

Bài toán đó được giải quyết bằng cách xây dựng một hàm số nhiều biến:

$$f(x) = f(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_j, \dots, x_m) \quad (1)$$

Mỗi cá thể thứ i (theo một trật tự nào đó, vẫn $a, b, c, \dots$ của tên gọi chẳng hạn) sẽ có một tập số liệu cơ bản:

$$X_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{mi}) \quad (2)$$

Thay các giá trị này vào hàm số $f(x)$, chúng ta có một trị số:

$$f_i = f(x_i) = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi})$$

Như vậy, mỗi cá thể với tập số liệu cơ bản (2) được cô đặc thông tin về một giá trị f_i . Căn cứ theo f_i , chúng ta sắp xếp lại các cá thể trật tự tăng hay giảm của f_i .

Vấn đề cần bàn là hàm số $f(x)$ được xây dựng như thế nào để đánh giá sắp xếp các cá thể một cách khách quan nhất.

Hàm $f(x)$ thường được xây dựng để cho nó chỉ nhận giá trị trên đoạn $[0;1]$. Khi đó, mỗi cá thể trong tổng thể được nghiên cứu sẽ được đặc trưng bằng một vị trí (giá trị f_i) trên đoạn thẳng này. Dù tổng thể là 200 quốc gia, hay 61 tỉnh thành của Việt Nam hoặc 10000 doanh nghiệp thì mỗi chúng đều có 1 chỗ ngồi (vị trí) trên bảng tổng sắp. Bởi vậy, hàm $f(x)$ được gọi là hàm số xác định vị trí.

Việc xây dựng hàm $f(x)$ thể hiện năng lực, nghệ thuật, kỹ thuật phân tích, tổng

hợp các mặt kinh tế, xã hội và toán học của người nghiên cứu trong giải quyết từng vấn đề cụ thể.

1. Hàm $f(x)$ phải đồng biến theo các biến số tốt và nghịch biến với các biến số xấu.

Biến số tốt là biến mà ý nghĩa kinh tế xã hội của nó tăng lên theo hướng tích cực, tốt khi giá trị của biến số đó tăng lên. Thí dụ, khi xét "chất lượng" cuộc sống, tuổi thọ, thu nhập đầu người, số năm đi học bình quân đầu người, tỷ lệ dân cư được sử dụng nước sạch... là biến số tốt.

Biến số xấu thì ngược lại, giá trị của nó càng giảm thì càng tốt về ý nghĩa kinh tế xã hội. Khi xem xét chất lượng cuộc sống thì biến số xấu sẽ là: Tỷ lệ chết của trẻ sơ sinh, tỷ lệ người nghèo trong dân số, tỷ lệ trẻ em bỏ học, tỷ lệ tội phạm, v.v...

2. Hàm $f(x)$ chỉ cần đồng biến và nghịch biến theo biến số x_j trong khoảng "xác định thực tế" của biến x_j . Khoảng xác định thực tế không cần cứ vào mặt logic, toán học mà phải căn cứ vào tập giá trị thực tế của biến x_j , nó thay đổi theo không gian và thời gian của tổng thể kinh tế xã hội được xem xét.

Đặt: $A = \min x_j$ (giá trị nhỏ nhất trong tập số liệu thực tế)

$B = \max x_j$ (giá trị lớn nhất thực tế)

thì thường chọn:

$$f(x_j) = \frac{x_j - B}{B - A} \quad \text{Nếu } x_j \text{ là biến số tốt} \quad (3)$$

$$f(x_j) = \frac{B - x_j}{B - A} \quad \text{Nếu } x_j \text{ là biến số xấu}$$

Chẳng hạn, x_j là tuổi thọ bình quân của các quốc gia, hiện nay $\max x_j = 86$, $\min x_j = 27$, hàm số xác định vị trí so sánh các quốc gia sẽ là:

$$f(\text{Tuổi thọ}) = \frac{X_j - 27}{86 - 27}$$

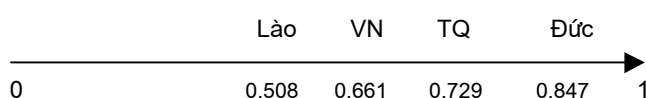
Vị trí của Lào, Việt Nam, Trung Quốc, Đức về tuổi thọ sẽ là:

$$f(\text{Việt Nam}) = \frac{66 - 27}{86 - 27} = 0,661$$

$$f(\text{Lào}) = \frac{57 - 27}{86 - 27} = 0,508$$

$$f(\text{Trung Quốc}) = \frac{70 - 27}{86 - 27} = 0,729$$

$$f(\text{Đức}) = \frac{77 - 27}{86 - 27} = 0,847$$



Xếp đặt vị trí từ cao xuống thấp sẽ là: Đức, Trung Quốc, Việt Nam, Lào.

Đối với các biến số có khoảng biến thiên lớn, như thu nhập bình quân đầu người của các quốc gia, vai trò của các khoảng thu nhập cao, trung bình và thấp khi biến thiên, tăng trưởng khác nhau đối với chất lượng cuộc sống, để thể hiện sự "chiết khấu" khác nhau theo các mức thu nhập khác nhau, thường được loga hoá dạng hàm:

$$f(X_j) = \frac{\log X_j - \log A}{\log B - \log A} \quad (4)$$

Hàm số (4) đã được làm cong chứ không thẳng như hàm số (3). Đối với hàm số xác định vị trí về thu nhập đầu người, hiện nay $A = 100$; $B = 40.000$ (USD theo PPP - sức mua tương đương). Vị trí của Trung Quốc và Đức theo công thức (3) như sau:

$$f(\text{TQuốc}) = \frac{3.130 - 100}{40.000 - 100} = 0,075$$

$$f(\text{Đức}) = \frac{21.260 - 100}{40.000 - 100} = 0,53$$

Còn tính theo công thức (4):

$$f(\text{TQuốc}) = \frac{\lg 3.130 - \lg 100}{\lg 40.000 - \lg 100} = 0,747$$

$$f(\text{Đức}) = \frac{\lg 21.260 - \lg 100}{\lg 40.000 - \lg 100} = 0,895$$

Trung Quốc và Đức gần nhau hơn tính theo (4), chênh lệch 1,2 lần trong khi tính theo (3) chênh lệch tới 7,1 lần theo giá trị f xác định vị trí.

Người ta thấy, trong trường hợp này công thức (4) phù hợp thực tế hơn công thức (3). Khi thu nhập đầu người đạt tới một ngưỡng nào đó thì sự tăng lên của thu nhập không ảnh hưởng nhiều tới chất lượng cuộc sống. Ở Việt Nam, thu nhập bình quân đầu người là

200 USD vào năm 1990 và tăng lên 400 USD năm 2000 làm cho cuộc sống thay đổi nhiều. Nhưng đối với Nhật Bản, với thu nhập bình quân từ 36.000 USD lên 39.000 USD nhưng đời sống của người dân thay đổi hầu như không đáng kể.

3. Để tiến tới hàm nhiều biến số, người ta thường lập hàm số xác định vị trí cho từng biến hoặc từng nhóm 2 hoặc 3 biến số. Sau đó lập hàm nhiều biến với đầy đủ các biến bằng cách lấy bình quân giản đơn hoặc gia quyền của chúng.

Thí dụ: Từ 3 hàm số xác định vị trí so sánh vị trí về tuổi thọ, về thu nhập và về học vấn, trung bình giản đơn của chúng sẽ được tính theo hàm số xác định vị trí phát triển về người:

$$f(\text{Người}) = \frac{1}{3} \left[f(t.\text{thọ}) + f(\text{thu nhập}) + f(\text{học vấn}) \right]$$

$$(\text{Tuổi thọ}) = \frac{X_1 - 27}{86 - 27}$$

$$f(\text{Thu nhập}) = \frac{\lg X_2 - \lg 100}{\lg 40.000 - \lg 100}$$

$$f(\text{Học vấn}) = \frac{1}{3} \left(\frac{2X_3}{100} + \frac{X_4}{100} \right)$$

X_1 : Tuổi thọ bình quân

X_2 : Thu nhập đầu người theo USD theo phương pháp tỷ giá sức mua tương đương

X_3 : Tỷ lệ người lớn biết chữ trong dân số, tính theo %

X_4 : Tỷ lệ % số người 24 tuổi đi học trong tổng số người dưới 24 tuổi.

Như vậy:

$$f(\text{Người}) = \frac{1}{3} \left[\frac{X_1 - 27}{86 - 27} + \frac{1gX_2 - 1g100}{1g40.000 - 1g100} + \frac{1}{3} \left(\frac{2X_3}{100} + \frac{X_4}{100} \right) \right]$$

Công thức tổng quát hơn cho các thời kỳ như sau:

$$f(\text{Người}) = \frac{1}{3} \left[\frac{X_1 - \text{Min}X_1}{\text{Max}X_1 - \text{Min}X_1} + \frac{1gX_2 - 1g\text{Min}X_2}{1g\text{Max}X_2 - 1g\text{Min}X_2} + \frac{1}{3} \left(\frac{2X_3}{100} + \frac{X_4}{100} \right) \right]$$

Trong thực tế, các tiêu thức kinh tế xã hội thành phần thay đổi qua các năm, các giá trị Min và Max cũng thay đổi theo, hàm số trên tính cho năm nào sẽ phải xác định các giá trị Min và Max cho năm đó.

4. Sự lựa chọn tập các biến số độc lập phải hợp lý, phản ánh đặc trưng cho lĩnh vực được nghiên cứu, có tính khả thi, có số liệu thống kê cho tất cả các cá thể của tổng thể được nghiên cứu.

Minh họa cho điều này là 3 hàm số nhiều biến phản ánh tổng hợp trình độ phát triển người đều đã được sử dụng trong thực tế (còn gọi là hệ số phát triển người). Ngoài hàm số nêu ở trên, thì 2 hàm số còn lại như sau:

$$f^*(\text{Người}) = \frac{1}{3} \left[\frac{X_1 - \text{Min}X_1}{\text{Max}X_1 - \text{Min}X_1} + \frac{X_2 - \text{Min}X_2}{\text{Max}X_2 - \text{Min}X_2} + \frac{1}{3} \left(\frac{2X_3}{100} + \frac{X_4}{100} \right) \right]$$

$$f^{**}(\text{Người}) = \frac{1}{3} \left[\frac{X_1 - \text{Min}X_1}{\text{Max}X_1 - \text{Min}X_1} + \frac{X_2 - \text{Min}X_2}{\text{Max}X_2 - \text{Min}X_2} + \frac{1}{3} \left(\frac{2X_3}{100} + \frac{X_5}{15} \right) \right]$$

Trong đó: X_5 là số năm bình quân đi học của người dân (trong cả cuộc đời).

Chú ý: Trong các công thức trên

Vì $\text{Min } X_3 = \text{Min } X_4 = \text{Min } X_5 = 0$

và $\text{Max } X_3 = \text{Max } X_4 = 100$

$\text{Max } X_5 = 15$

nên các đại lượng này được nêu cố định

Những đặc điểm nêu trên sẽ gợi ý cho chúng ta phương pháp xây dựng hàm số nhiều biến để xác định vị trí so sánh, trả lời câu hỏi "ai hơn ai, chúng ta đang ở đâu về lĩnh vực được nghiên cứu?"