

# ÁP DỤNG HÀM SẢN XUẤT COBB-DOUGLASS ĐỂ ĐO HIỆU QUẢ SẢN XUẤT

Lê Văn Duyệt

Viện Khoa học Thống kê

## I. Hàm Cobb-Douglass

Trong hoạt động sản xuất có ba yếu tố quan trọng đảm bảo cho nó phát triển: lao động sống (L); công cụ máy móc và nguyên nhiên vật liệu (vốn, K); trình độ khoa học kỹ thuật, khả năng tổ chức quản lý của doanh nghiệp nói riêng và toàn xã hội nói chung (các yếu tố tổng hợp, A).

Sản xuất phát triển nhanh hay chậm tùy thuộc vào việc sử dụng các yếu tố lao động, vốn như thế nào, đồng thời cũng phụ thuộc vào các yếu tố tổng hợp. Trên bình diện kinh tế các yếu tố này phản ánh hiệu quả sản xuất chung. Để đánh giá tác động của các yếu tố này tới kết quả sản xuất người ta thường sử dụng mô hình Cobb-Douglass, mô hình này có một số ưu điểm sau:

- Trong số các mô hình mô tả quá trình sản xuất, mô hình này thuộc loại đơn giản nhất;

- Tuy mô hình đơn giản, song vẫn cho phép nhận xét sát thực với tình hình sản xuất thực tế;

- Các thông số của mô hình dễ ước lượng.

Hàm Cobb-Douglass có dạng:

$$Q_t = A_t L_t^\alpha K_t^{(1-\alpha)} \quad (1)$$

Trong đó:  $0 < \alpha < 1$ . Với giả thiết  $0 < \alpha$  hàm Cobb-Douglass coi giá trị sản xuất tỷ lệ thuận với lao động và vốn.

Với giả thiết hàm Cobb-Douglass là hàm liên tục theo thời gian và dưới góc độ toán học có thể biểu diễn **tốc độ phát triển theo thời gian của  $Q_t$**  như sau:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{dA}{dt} F(L_t, K_t) + A_t \frac{dF}{dt} \\ &= \frac{dA}{dt} F(L_t, K_t) + A_t \frac{\partial F}{\partial L} \frac{dL}{dt} + A_t \frac{\partial F}{\partial K} \frac{dK}{dt} \quad (2) \end{aligned}$$

Chia hai vế phương trình (2) cho Q và sau khi biến đổi có:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} \frac{1}{Q} &= \frac{dA}{dt} \frac{1}{A} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{dL}{dt} \frac{L}{Q} \frac{1}{L} + \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{dK}{dt} \frac{K}{Q} \frac{1}{K} \\ &= \frac{dA}{dt} \frac{1}{A} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q} \frac{dL}{dt} \frac{1}{L} + \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q} \frac{dK}{dt} \frac{1}{K} \quad (3) \end{aligned}$$

Vế trái của công thức (3) chính là **tốc độ tăng của giá trị sản xuất (Q)**. Vế phải của công thức này gồm có ba thành phần: thành phần thứ nhất là tốc độ tăng năng suất các nhân tố tổng hợp; thành phần thứ hai là tốc độ tăng năng suất cận biên của lao động ( $\frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q}$ ); thành phần thứ ba là tốc độ tăng năng suất biên duyên của vốn ( $\frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q}$ ). Viết gọn lại có:

$$Gr(Q) = Gr(A) + MPL\left(\frac{L}{Q}\right)Gr(L) + MPK\left(\frac{K}{Q}\right)Gr(K) \quad (4)$$

Trong đó

Gr(Q) tốc độ tăng của giá trị Sản xuất

Gr(L) tốc độ tăng của lao động

Gr(K) tốc độ tăng của vốn

MPL và MPK là năng suất cận biên tương ứng của yếu tố lao động và vốn.

Trong thị trường có cạnh tranh hoàn hảo<sup>(1)</sup> tỷ lệ lợi nhuận của đồng vốn bỏ ra sẽ bằng năng suất cận biên của vốn (MPK), còn tỷ lệ lương của công nhân sẽ bằng năng suất biên duyên của lao động (MPL). Trong

trường hợp này MPK(K/Q) sẽ là tỷ lệ đóng góp của vốn trong giá trị sản xuất và MPL(L/Q) là tỷ lệ đóng góp của lao động trong giá trị sản xuất<sup>(2)</sup>. Như vậy trong trường hợp này MPL và MPK là tỷ lệ đóng góp của lao động và vốn trong kết quả sản xuất thu được. Cụ thể hoá công thức (4) mô hình hàm sản xuất Cobb-Douglass có dạng:

$$Gr(Q) = Gr(A) + \alpha Gr(L) + (1 - \alpha) Gr(K) \quad (5)$$

Công thức (5) cho thấy tỷ lệ đóng góp của tốc độ tăng lao động cho tốc độ tăng của giá trị sản xuất bằng  $\alpha$ , còn tỷ lệ đóng góp của tốc độ tăng vốn cho tốc độ tăng của giá trị sản xuất bằng  $(1 - \alpha)$ .

Dựa vào công thức (5), có thể tính tốc độ tăng của năng suất các nhân tố tổng hợp (Gr(A) hay Gr(TFP)) theo công thức:

$$Gr(TFP) = Gr(Q) - \{\alpha Gr(L) + (1 - \alpha) Gr(K)\} \quad (6)$$

Trong đó Gr(Q) là tốc độ tăng của giá trị tăng thêm, Gr(L) là tốc độ tăng lao động, còn Gr(K) là tốc độ tăng vốn.

## II. Ước lượng các thông số của hàm Cobb-Douglass

Có nhiều phương pháp ước lượng các thông số của hàm Cobb-Douglass. Phương pháp thông thường nhất là sử dụng phương pháp hồi quy. Một phương pháp khác hiện nay đang được nhiều nước trên thế giới ứng dụng đó là phương pháp "hạch toán". Ở đây giới thiệu nội dung của hai phương pháp này.

### 2.1. Phương pháp hồi quy

Để ứng dụng phương pháp này người ta đưa mô hình (1) về dạng tuyến tính bằng cách Logarit hóa hai vế của công thức (1).

$$\text{Log}(Q) = \text{Log}(A) + \alpha \text{Log}(L) + (1 - \alpha) \text{Log}(K) \quad (7)$$

Áp dụng phương pháp hồi quy cho mô hình (7) với ba dãy số Log(Q), Log(L) và Log(K) sẽ có Log(A),  $\alpha$  và  $(1 - \alpha)$ . Lấy giá trị đối Log của Log(A) sẽ tìm được A.

Để ứng dụng được phương pháp này cần có ba chuỗi số liệu tương thích nhau đó là: Q (giá trị sản lượng hoặc giá trị gia tăng của các năm); L (số lượng lao động được sử dụng để tạo ra Q của các năm tương ứng) và K (số vốn được sử dụng kết hợp với lao động để tạo ra Q). Dãy số liệu này có độ dài ít nhất là 9 năm.

Để ứng dụng phương pháp hồi quy cần phải đáp ứng một nhu cầu khác đó là việc hạch toán các chỉ tiêu Q, L và K phải chuẩn xác.

Trong thực tế, ứng dụng phương pháp ước lượng này ở Việt Nam thu được các thông số của mô hình không sát thực nguyên nhân có thể do khâu hạch toán còn khiếm khuyết.

### 2.2. Phương pháp hạch toán

Theo phương pháp này người ta sử dụng thu nhập của người lao động từ sản xuất thay cho lao động sống.

Trong mô hình Cobb-Douglass,  $\alpha$  và  $(1 - \alpha)$  chính là tỷ lệ đóng góp của lao động và vốn trong tổng sản phẩm trong nước, vì vậy có thể ước lượng chúng trước, sau đó ước lượng năng suất các yếu tố tổng hợp (A).

Trên góc độ sản xuất, đóng góp của yếu tố lao động sống vào giá trị tăng thêm chính là toàn bộ thu nhập của người công nhân dựa vào sản xuất (Labour Cost-LC). Vì vậy, ở phương pháp hạch toán, thông số  $\alpha$  được ước lượng như sau:

$$\alpha = \frac{LC}{Q}$$

Như vậy để ước lượng thông số  $\alpha$  sát thực, cần hạch toán đầy đủ các khoản mà người lao động nhận được nhờ tham gia trong quá trình sản xuất kinh doanh mà có, mặt khác cũng cần tính toán chính xác tổng sản phẩm trong nước (Q). Giá trị của thông số A được ước lượng dựa vào công thức:

$$\text{Log}(A) = \text{Log}(Q) - \alpha \text{Log}(L) - (1 - \alpha) \text{Log}(K) \quad (8)$$

Để ước lượng tốc độ tăng của TFP sử dụng phương trình (6). Muốn áp dụng được công thức này cần phải có số liệu Q (tổng sản phẩm trong nước), LC và K theo thời gian.

### 3. Áp dụng phương pháp hạch toán tính thử nghiệm cho một số lĩnh vực công nghiệp

#### 3.1. Thử nghiệm phương pháp

Để thử nghiệm phương pháp, số liệu thu được từ điều tra các doanh nghiệp 1/ 4/ 2001 được đem ra áp dụng. Kết quả ước lượng các thông số của mô hình Cobb-Douglas cho thấy hoàn toàn có thể áp dụng để nghiên cứu về đóng góp của lao động, vốn và trình độ khoa học công nghệ và tổ chức của các ngành công nghiệp cũng như các thành phần kinh tế được nghiên cứu (xem bảng dưới).

BẢNG: KẾT QUẢ ƯỚC LƯỢNG CÁC THÔNG SỐ CỦA HÀM COBB-DOUGLAS Ở MỘT SỐ LOẠI HÌNH DOANH NGHIỆP

Loại hình công nghiệp	Lao động	Thu nhập của người lao động	Tài sản cố định	Giá trị tăng thêm	$\alpha$	$1-\alpha$	A (TFP)
	L	LC	K	Q	LC/Q	1-(LC/Q)	
Tổng số	266	3069	22137	14188	0,2163	0,7837	1,6678
Công nghiệp khai thác mỏ	397	4532	14313	11504	0,3940	0,6060	3,2989
Công nghiệp chế biến	253	2839	20504	12534	0,2265	0,7735	1,6534
Công nghiệp SX phân phối điện và khí đốt	705	13806	151541	129964	0,1062	0,8938	1,5173

**Nguồn:** Số liệu lấy từ điều tra doanh nghiệp (không có các doanh nghiệp dầu khí) năm 2002.

**Ghi chú:** + Số liệu ở đây là số liệu bình quân cho 1 doanh nghiệp

+ A (TFP) được ước lượng bằng công thức:  $A = 10^{\text{Log}(A)}$ ,

trong đó:  $\text{Log}(A) = \text{Log}(Q) - \alpha \text{Log}(L) - (1-\alpha) \text{Log}(K)$

Kết quả ước lượng đưa ra trong bảng cho thấy tỷ lệ đóng góp của lao động cho giá trị tăng thêm thấp so với đóng góp của vốn (21,6 % so với 78,4 %). Điều này có thể do:

+ Trả công lao động chưa tương xứng với đóng góp của người lao động cho sản xuất.

+ Máy móc ngày nay đã thay thế nhiều phần việc do con người đảm nhiệm trước đây.

Ngành có mức đóng góp của lao động cao nhất là khai thác mỏ (39,4%), ngành có mức đóng của lao động thấp nhất là ngành điện nước (10,6%). Điều này cho thấy mô hình phản ánh sát với tình hình thực tế:

+ Ngành khai thác mỏ của nước ta hiện vẫn sử dụng nhiều sức lao động của con người;

+ Ngành khai thác mỏ có lợi nhuận không cao do vậy mặc dầu trả lương cho công nhân ở mức trung bình, song vẫn chiếm tỷ trọng lớn trong tổng giá trị tăng thêm.

+ Ngành điện nước máy móc làm là chính, con người chỉ làm công tác quản lý điều hành là chính.

Bảng kết quả tính toán trên cho thấy chỉ tiêu TFP > 1. Điều này chứng tỏ các nhân tố tổng hợp có vai trò quan trọng trong lĩnh vực công nghiệp của nước ta. Trong ba ngành kinh tế được nghiên cứu, ngành khai thác mỏ có hiệu quả sản xuất cao nhất (3,3 lần), thấp nhất là ngành điện nước (1,5 lần).

### 3.2. Nhận xét

+ Ứng dụng hàm Cobb-Douglass để nghiên cứu thực tiễn kinh tế chắc chắn có phần gượng ép, vì còn có nhiều hàm sản xuất khác tổng quát hơn, mô tả sát với thực tiễn hơn, ví dụ như hàm CES<sup>(3)</sup>. Tuy nhiên, hàm Cobb-Douglass thuộc loại dễ ứng dụng và dễ ước lượng, mặt khác cũng phản ánh được xu thế của sản xuất do vậy được nhiều nước trên thế giới ứng dụng.

+ Hàm này có thể ứng dụng cho cấp toàn quốc, cấp ngành hoặc cho từng doanh nghiệp.

+ Các thông số của hàm ( $\alpha$ , TFP) nếu được tính thường xuyên sẽ phản ánh được xu hướng phát triển của doanh nghiệp, đồng thời cũng cho thấy xu hướng nâng cao chất lượng sử dụng máy móc, trình độ công nhân viên của đơn vị (thông qua TFP).

+ Nếu các doanh nghiệp đều tính các thông số của mô hình Cobb-Douglass riêng cho mình rồi đem so sánh các thông số đó với thông số của một xí nghiệp chuẩn (xí nghiệp có giá trị Q, L, K bình quân) cùng lĩnh

vực sản xuất kinh doanh sẽ thấy khả năng cạnh tranh của doanh nghiệp<sup>(4)</sup>.

+ Để ứng dụng được mô hình tốt khâu hạch toán phải được tổ chức tốt ■

---

(1) Cạnh tranh hoàn hảo là không nhà doanh nghiệp nào lái được thị trường theo ý riêng của mình.

(2) Điều này đã được chứng minh chặt chẽ về mặt toán học.

(3) CES; Hàm sản xuất cho phép nghiên cứu cả về hệ số co giãn thay thế. Hàm này trong một điều kiện nhất định sẽ trở về dạng hàm Cobb-Douglass

(4) TFP cao hơn hoặc bằng của xí nghiệp chuẩn thì có nghĩa là vẫn đảm bảo sức cạnh tranh; thấp hơn khả năng bị phá sản lớn

### Tài liệu tham khảo

1. NCP, Malaysia: Productivity measurement handbook
2. Tổng cục Tiêu chuẩn đo lường chất lượng (1996): Báo cáo khoa học chính thức đề tài cấp nhà nước "Cách tiếp cận mới về năng suất và các phương pháp đánh giá năng suất".
3. Henryk Krynski: Zastosowania matematyki w ekonomii; NXB: Państwowe wydawnictwo Naukowe, 1973.
4. Kazimierz Niemczykcki: Z zagadnień analizy dynamiki gospodarczej; NXB: Państwowe wydawnictwo Naukowe, 1974.
5. Masayoshi Shimizu, Kiyoshi Wainai, Kazuo Nagai: Value added productivity measurement and practical approach to management improvement; Asian Productivity Organization, Tokyo 1991.