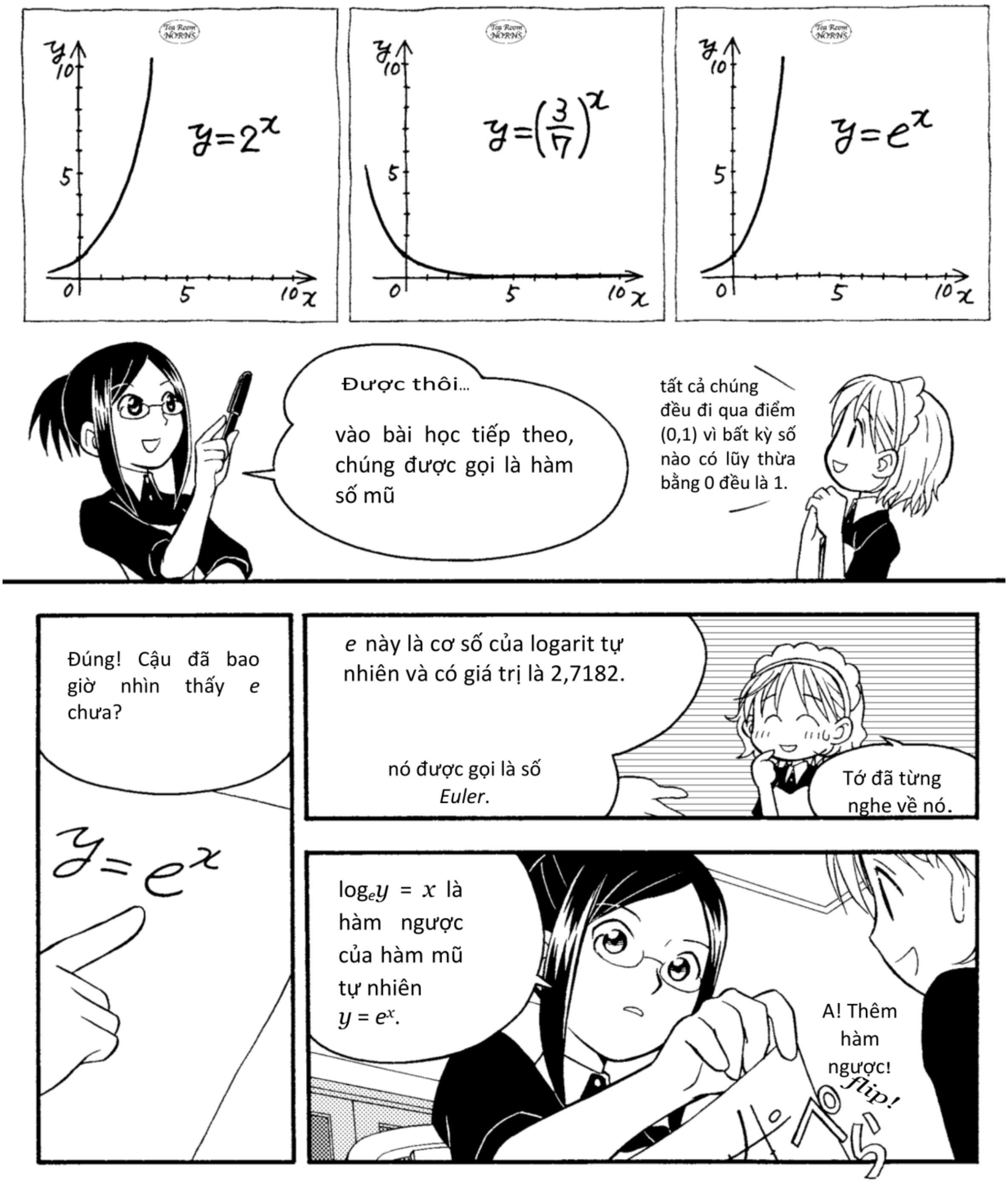
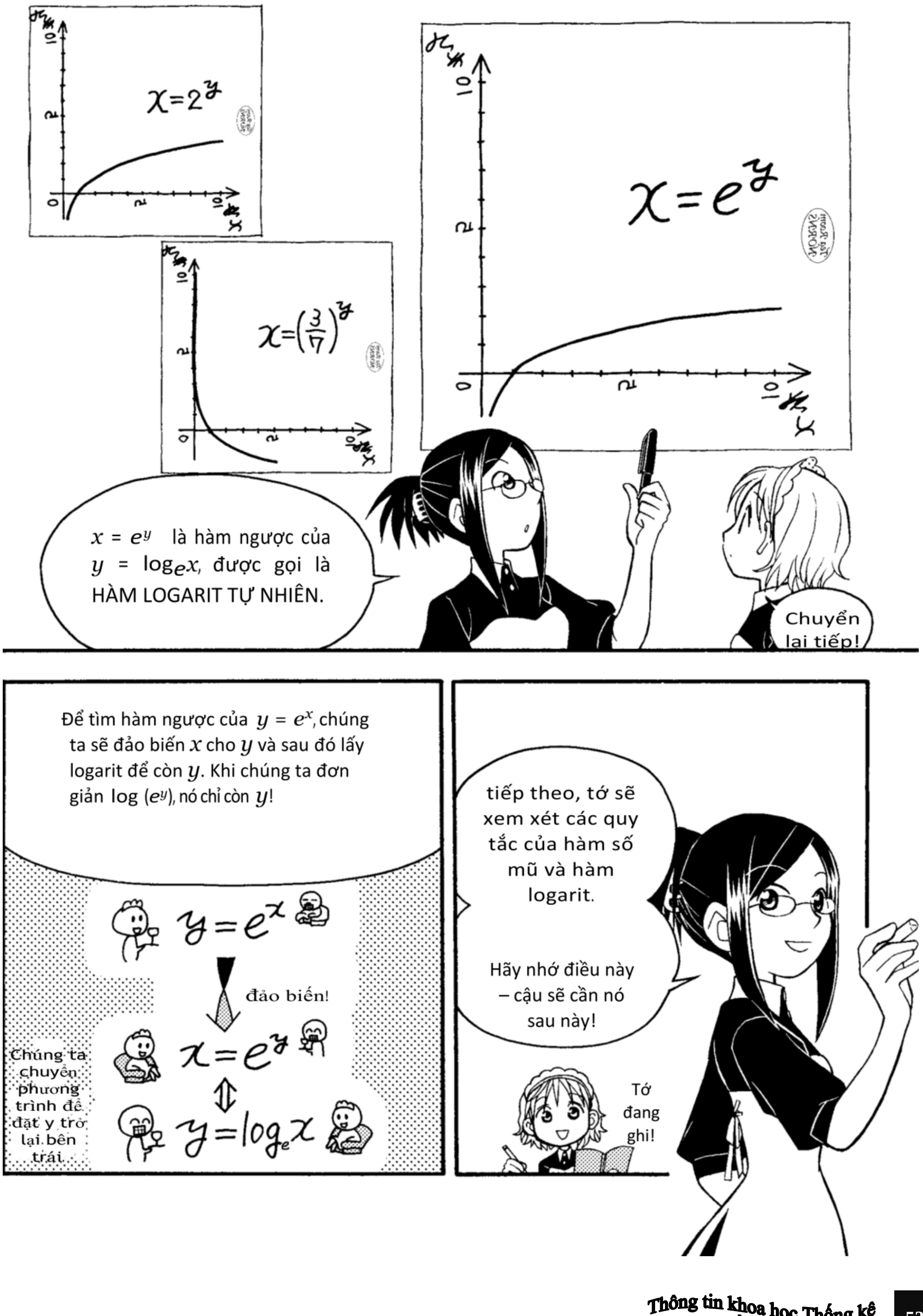
Hàm mũ và logarit





x=2^y
x=(3/7)^y
x=e^y
x = e^y là hàm ngược của y = log_e x, được gọi là HÀM LOGARIT TỰ NHIÊN.
Chuyển lại tiếp!
Để tìm hàm ngược của y = e^x, chúng ta sẽ đảo biến x cho y và sau đó lấy logarit để còn y. Khi chúng ta đơn giản log (e^y), nó chỉ còn y!
y=e^x
đảo biến!
x=e^y
y=log_e x
Chúng ta chuyển phương trình để đặt y trở lại bên trái.
tiếp theo, tớ sẽ xem xét các quy tắc của hàm số mũ và hàm logarit.
Hãy nhớ điều này – cậu sẽ cần nó sau này!
Tớ đang ghi!

Quy tắc luỹ thừa và logarit

1. Quy tắc luỹ thừa của luỹ thừa

$$(e^a)^b = e^{a \times b}$$

Chúng ta hãy thử. Chúng ta khẳng định rằng $(e^a)^b = e^{a \times b}$ khi $a = 2$ và $b = 3$.

$$(e^2)^3 = \underbrace{e^2 \times e^2 \times e^2}_{3} = \underbrace{(e \times e) \times (e \times e) \times (e \times e)}_{3} = \underbrace{e \times e \times e \times e \times e \times e}_{6} = e^{2 \times 3}$$

Điều này có nghĩa $(e^a)^b = e^{a \times b} = (e^b)^a$.

2. Quy tắc thương số

$$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

Bây giờ chúng ta hãy thử. Chúng ta khẳng định rằng $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ khi $a = 3$ và $b = 5$.

$$\frac{e^3}{e^5} = \frac{e \times e \times e}{e \times e \times e \times e \times e} = \frac{1}{e^2} = e^{-2} = e^{3-5}$$

3. Quy tắc hạ số mũ $a = \log_e(e^a)$

Như đã đề cập ở trang 20, $y = \log_e x$ và $x = e^y$ là tương đương. Trước hết, chúng ta hãy nhìn vào một hàm logarit. Một hàm số mũ của cơ số b luỹ thừa n, bằng giá trị x. Hàm logarit ngược quy trình này. Điều đó có nghĩa hàm logarit cơ số b của giá trị x, bằng luỹ thừa n.

Chúng ta thấy rằng trong $\log_e(e^a) = n$, cơ số b là e và giá trị x là e^a, vì vậy $e^n = e^a$ và $n = a$.

Vì thế $b^n = x$ cũng có nghĩa $\log_b x = n$.

cơ số giá trị luỹ thừa

4. Quy tắc luỹ thừa logarit $\log_e(a^b) = b \times \log_e(a)$

Chúng ta khẳng định rằng $\log_e(a^b) = b \times \log_e(a)$. Chúng ta bắt đầu bằng cách sử dụng $b \times \log_e(a)$ và e trong quy tắc luỹ thừa:

$$e^{b \times \log_e(a)} = \left(e^{\log_e(a)}\right)^b$$

Và vì e là nghịch đảo của $\log_e$, chúng ta có thể giảm $e^{b \times \log_e(a)}$ vế phải chỉ còn a:

$$e^{b \times \log_e(a)} = a^b$$

Bây giờ chúng ta sẽ sử dụng quy tắc hàm mũ $b^n = x$ cũng có nghĩa $\log_b x = n$, trong đó:

$b = e$
$x = a^b$
$n = b \times \log_e(a)$

Điều này có nghĩa $e^{b \times \log_e(a)} = a^b$, vì vậy chúng ta có thể kết luận rằng: $\log_e(a^b) = b \times \log_e(a)$.

5. Quy tắc tích logarit

$\log_e(a) + \log_e(b) = \log_e(a \text{ x } b)$

Hãy chứng minh $\log_e(a) + \log_e(b) = \log_e(a \times b)$. Một lần nữa, chúng ta sử dụng quy tắc nêu rõ rằng $b^n = x$ cũng có nghĩa $\log_b x = n$.

Hãy bắt đầu bằng cách xác định $e^m = a$ và $e^n = b$. Sau đó chúng ta có $e^m e^n = e^{m+n} = a \times b$, nhờ Quy tắc tích hàm mũ. Chúng ta có thể lấy log của hai vế:

$$\log_e(e^{m+n}) = \log_e(a \times b),$$

vế trái rút gọn đơn giản là:

$$m + n = \log_e(a \times b).$$

Chúng ta biết rằng $m + n = \log_e a + \log_e b$, suy ra:

$$\log_e(a) + \log_e(b) = \log_e(a \times b).$$

Ở đây tớ đã tóm tắt các quy tắc mà tớ đã giải thích cho đến nay.

Quy tắc 1	$(e^a)^b = e^{ab}$
Quy tắc 2	$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
Quy tắc 3	$a = \log_e(e^a)$
Quy tắc 4	$\log_e(a^b) = b \times \log_e(a)$
Quy tắc 5	$\log_e(a) + \log_e(b) = \log_e(a \times b)$

Trong thực tế, người ta có thể thay thế số tự nhiên e trong các phương trình này bằng bất kỳ số thực dương d nào. Bạn có thể chứng minh lại các quy tắc này bằng cách sử dụng d làm cơ số không?

Biên dịch: Anh Tuấn (Còn tiếp)